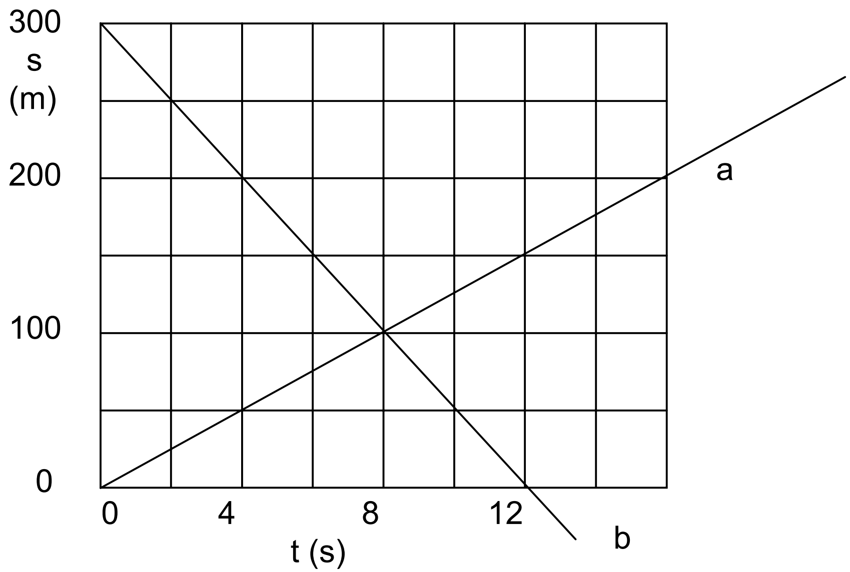
Freiwillige Aufgaben zur Vorlesung WS 2002/2003, Blatt 1

1)



Fahrzeug a und Fahrzeug b fahren auf der gleichen geradlinigen Straße. Stellen Sie anhand nebenstehenden Diagramms ihre Weg-Zeit-Funktionen auf und berechnen Sie den Abstand beider Fahrzeuge vom Begegnungspunkt eine Minute nach ihrer Begegnung!

Fahrzeug a: $s_a = s_a(t=0) + v_a \cdot t = 0\,\mathrm{m} + \dfrac{100\,\mathrm{m}}{8\,\mathrm{s}} \cdot t = 12{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t$

Fahrzeug b: $s_b = s_b(t=0) + v_b \cdot t = 300\,\mathrm{m} - \dfrac{300\,\mathrm{m}}{12\,\mathrm{s}} \cdot t = 300\,\mathrm{m} - 25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t$

Begegnungsort s_B: $s_a = s_b$: $12{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_B = 300\,\mathrm{m} - 25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_B$ $\quad \underline{\underline{t_B}} = \dfrac{300\,\mathrm{m}}{37{,}5\,\mathrm{m/s}} \underline{\underline{= 8\,\mathrm{s}}}$

Damit: $\underline{\underline{s_B}} = s_a(t_B) = 12{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 8\,\mathrm{s} \underline{\underline{= 100\,\mathrm{m}}}$ $\qquad$ 1 Minute nach der Begegnung:

$s_a(t_B + 60\,\mathrm{s}) = s_B + 12{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\mathrm{s}$; $\underline{\underline{\Delta s_{aB} = 750\,\mathrm{m}}}$ $\quad \underline{\underline{\Delta s_{bB}}} = -25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 60\,\mathrm{s} \underline{\underline{= -1500\,\mathrm{m}}}$

2) Um die Tiefe eines Schachtes zu ermitteln, läßt man einen Stein mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$ hinabfallen. Der Aufschlag wird nach $t = 10$ s gehört. Wie tief ist (bei Vernachlässigung der Luftreibung) der Schacht?

$g = 10\ m/s^2$, Schallgeschwindigkeit in Luft $c = 340\ m/s$

2 Vorgänge: (I): Freier (vertikaler) Fall des Steins mit Erdbeschleunigung g

(II): Ausbreitung des Schalls vom Schachtboden mit c (konstant)

Für (I): $\underline{a = \text{const.}} = g \qquad a = \frac{dv}{dt} = g \quad \Rightarrow \quad \underline{v = g \cdot t} \quad [+ v_0, \text{hier} = 0]$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = v \cdot dt = g \cdot t \cdot dt \qquad \underline{\underline{s}} = \int_{s_{Anf.}}^{s_{Ende}} ds = g \cdot \int_{t=0}^{t_{Fall}} t \cdot dt = \underline{\frac{g}{2} t_F^2} \quad [+ s_0\ (t=0), \text{hier} = 0]$$

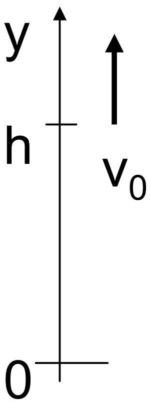
Für (II): $s = c \cdot t_{Schall}$ Für beide Teile ist s = Schachttiefe h:

$$c \cdot t_S = h = \frac{g}{2} t_F^2; \qquad t_{Ges} = t_F + t_S = t_F + \frac{g}{2c} t_F^2 \qquad \Rightarrow t_F^2 + \frac{2c}{g} t_F - \frac{2c}{g} t_G = 0$$

$$t_{F1(2)} = -\frac{c}{g} \overset{+}{(-)} \sqrt{\left(\frac{c}{g}\right)^2 + \frac{2c}{g} t_G} = 8{,}85\,s \qquad t_S = t_G - t_F = 10\,s - 8{,}85\,s = 1{,}15\,s$$

$$\underline{\underline{h}} = c \cdot t_S = 340 \frac{m}{s} \cdot 1{,}15\,s \underline{\underline{= 391 m}}$$

3) Auf einem h = 10 m hohen Turm wird außerhalb seiner Mauer eine kleine Stahlkugel mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 = 5 m/s senkrecht nach oben geworfen. Berechnen Sie die maximale Höhe über dem Boden, die die Kugel erreicht, sowie die Endgeschwindigkeit, mit der sie auf der Erde auftrifft, und zeichnen Sie das h(t)-Diagramm!



$$v_y = v_0 - g \cdot t \quad \rightarrow \quad y = h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2; \quad y_{max}: v_y = 0, \text{ d.h. } t_{max} = \frac{v_0}{g}$$

Damit $\underline{\underline{y_{max}}} = h + \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = h + \frac{v_0^2}{2g} = 10\,m + \frac{25\,m^2/s^2}{20\,m/s^2} \underline{\underline{= 11{,}25\,m}}$

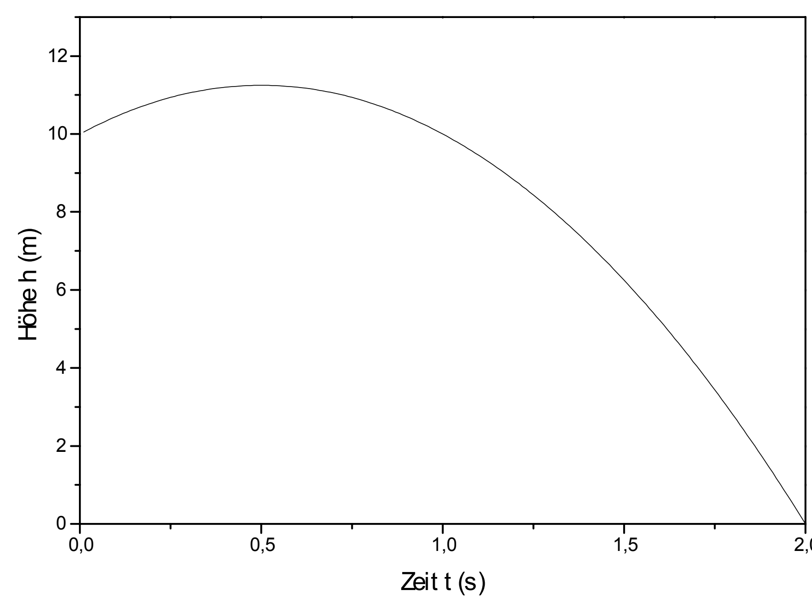
Auftreffen auf Erdboden (y = 0) nach Zeit t_G: $\quad t_G^2 - \frac{2 v_0}{g} t_G - \frac{2h}{g} = 0$

$$t_G = \frac{v_0 \overset{+}{(-)} \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$$

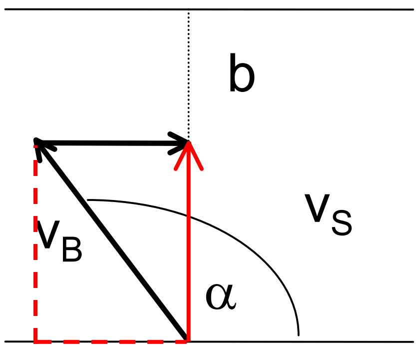
Damit Endgeschwindigkeit $\underline{\underline{v_E}} = v_0 - g \cdot t_G$

$$= -\sqrt{v_0^2 + 2gh} = -\sqrt{25 + 200}\,\frac{m}{s} \underline{\underline{= -15\,\frac{m}{s}}}$$

(- : nach <u>unten</u> gerichtet!)



4) Ein Boot fährt mit der Geschwindigkeit v_B = 14,4 km/h unter einem Winkel von 120° gegen die parallel zum Ufer gerichtete Strömung eines 500 m breiten Flusses. Es erreicht die genau gegenüber gelegene Uferstelle nach einer bestimmten Zeit $t_Ü$. Berechnen Sie diese Zeit und die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers!

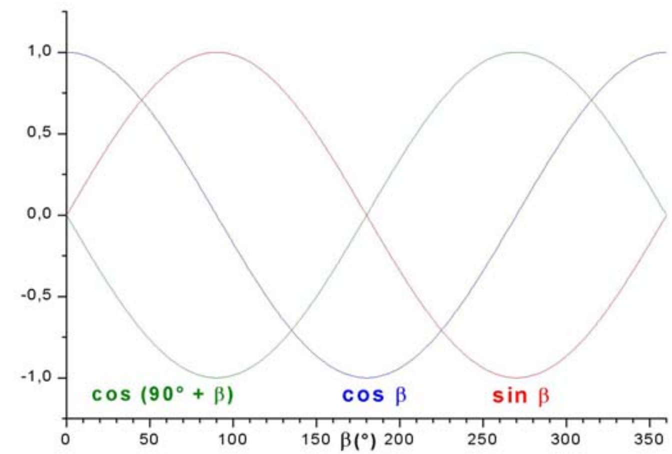


$$\vec{v}_R = \vec{v}_B + \vec{v}_S$$

Um zum senkrecht gegenüber liegenden Punkt zu führen, muß <u>resultierende</u> Geschwindigkeit dorthin gerichtet, ihre Komponente parallel zum Ufer also Null sein.

$$v_{B||} + v_{S||} = v_B \cdot \cos\alpha + v_S = 0$$

Mit $\cos(90° + \beta) = -\sin\beta$:



$$\underline{\underline{v_S}} = -v_B \cdot \cos 120° = v_B \cdot \sin 30° = \frac{1}{2} v_B$$

$$\underline{\underline{= 7{,}2\ \mathrm{km/h} = 2\ \mathrm{m/s}}}$$

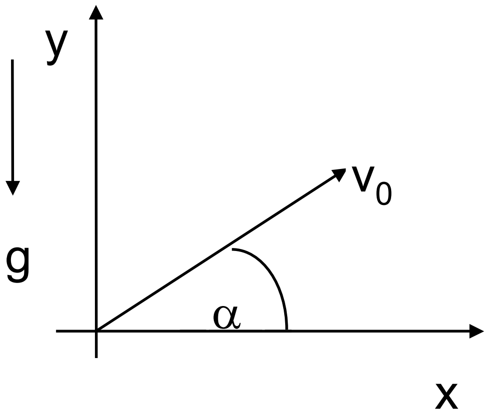
$$t_Ü = \frac{b}{v_{B\perp}} = \frac{b}{v_B \ \sin\alpha}.$$

Mit $\sin(90° + \beta) = \cos\beta$:

$$\underline{\underline{t_Ü}} = \frac{b}{v_B \ \cos 30°} = \frac{500\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m/s} \cdot \sqrt{3}/2} \underline{\underline{= 144{,}3\ \mathrm{s}}} = 2{,}405\ \mathrm{s}\ (\approx 2\ \ 1/2\ \mathrm{min})$$

5) Unter welchem Winkel α zur Horizontalen muß ein Schütze sein Gewehr halten, der bei einer Geschoßgeschwindigkeit von 250 m/s ein 500 m entferntes, in gleicher Höhe wie die Gewehrmündung befindliches Ziel treffen will?

$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$



$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ bzw. $\quad t = \dfrac{x}{v_0 \cos \alpha}$

$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t \quad \Rightarrow y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \dfrac{g}{2} t^2$

Eliminieren von t $\Rightarrow$ Bahnkurve y = f(x)

$$y = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

Ziel in gleicher Höhe heißt $y_{\text{Abschuß}} = y_{\text{Ziel}} = 0$, also $\quad \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot x = \dfrac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$

bzw. $\; 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha = \dfrac{g}{v_0^2} x = \dfrac{10\,\text{m}/\text{s}^2}{250^2\,\text{m}^2/\text{s}^2} \cdot 500\,\text{m} = 0{,}08$

$\Rightarrow\; 2\alpha = 4{,}6°$ oder $175{,}4°$, also $\underline{\alpha = 2{,}3°}$ (Steilschuß seltener!)

6) Welche der folgenden Größen ist **keine** Basisgröße im Internationalen Einheitensystem (SI-System)?

(A) Masse
(B) Länge
(C) Elektrische Stromstärke
(D) Kraft
(E) Zeit

D

7) Vektorielle Größen sind

(A) Masse
(B) Kraft
(C) Zeit
(D) Beschleunigung
(E) Geschwindigkeit

B

D

E

8) Welche der folgenden Längenangaben ist **nicht** äquivalent zu 7 μm?

(A) 7000 nm
(B) 0,007 mm
(C) $7 \cdot 10^{-6}$ m
(D) $7 \cdot 10^{-3}$ cm
(E) $7 \cdot 10^{3}$ nm

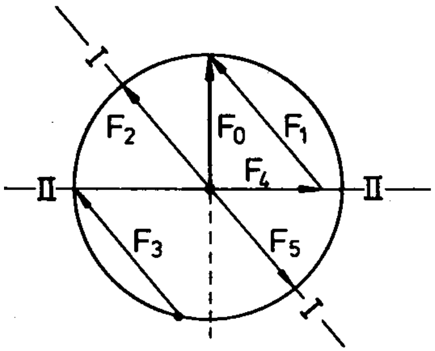
D

9) Bei einer Längenmessung wurde folgendes Ergebnis angegeben: $\ell = (4{,}00 \pm 0{,}012)$ m. Die relative Messunsicherheit dieser Messung beträgt

(A) ± 2,4 %
(B) ± 1,2 %
(C) ± 0,3 %
(D) ± 1/30 %
(E) ± 0,12 %

C

10) Der Vektor F_0 soll in zwei Komponenten mit den Richtungen I und II zerlegt werden. Die richtige Zerlegung hat die Komponenten



(A) F1, F3
(B) F1, F4
(C) F2, F3
(D) F2, F4
(E) F5, F1

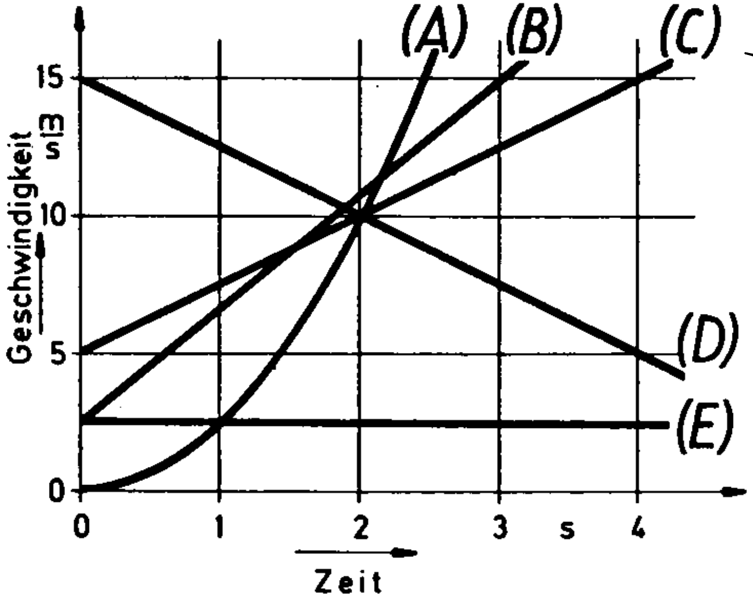
B

11) Bei einer gleichförmigen Bewegung

(A) nimmt die Geschwindigkeit gleichförmig zu
(B) nimmt die Beschleunigung gleichförmig zu
(C) ist die Geschwindigkeit konstant
(D) ist die Beschleunigung von Null verschieden und konstant
(E) keine dieser Aussagen trifft zu

C

12) Welche Kurve beschreibt die Bewegung eines Körpers mit der konstanten Beschleunigung a = 2,5 m/s^2?



C

13) Zwei Kugeln (Massen 10 kg und 20 kg) werden in einem luftleeren Raum zur gleichen Zeit aus der gleichen Höhe h fallen gelassen. In halber Höhe h/2 über dem Boden ist

(A) die Geschwindigkeit beider Kugeln gleich

(B) die Beschleunigung beider Kugeln gleich

(C) die kinetische Energie beider Kugeln gleich

(D) die Summe aus potentieller und kinetischer Energie für jede Kugel gleich

(E) keine dieser Aussagen trifft zu

A

B